

8. Juni 2020

## TESTAUFGABEN Vorkurs Mathematik

**Aufgabe 1.** Gegeben sind die folgenden Intervalle:

$$A = [5; 10] \quad B = (7; 15) \quad C = (3; 7) \quad D = [2; 5]$$

Bestimmen Sie:

- |                    |   |
|--------------------|---|
| a) $A \cup B$      | c) $(A \cup C) \setminus B$                                 |
| b) $A \setminus B$ | d) $(C \cap (A \setminus D)) \cup (A \setminus (A \cup C))$ |

**Aufgabe 2.** Gegeben sind die folgenden Mengen:

$$A = \{3; 6; 8; 17; 25\} \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x \text{ ganzzahliger Teiler von } 12\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x - 10 = 0\} \quad D = \{n \in \mathbb{N} \mid 3n \leq 13\}$$

$$E = \{m \mid 5 < m < 40 \wedge m \text{ ist Primzahl}\}$$

Bestimmen Sie:

- |                    |                                  |
|--------------------|----------------------------------|
| a) $A \cap B$      | c) $(B \cup C) \cap D$           |
| b) $B \setminus D$ | d) $(A \setminus B) \setminus E$ |
|                    | e) $C \cup D$                    |

**Aufgabe 3.** Vereinfachen Sie die folgenden Terme:

- |   |  |
|---|--|
| a) $t^2 + 14tz + 49z^2$                           | h) $6ac - 12abc + 36acg - 18acx$   |
| b) $4x^4 - 20x^2y^2 + 25y^4$                      | i) $\frac{6u + 4uw}{8u + 4uw}$   |
| c) $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ | j) $\frac{\sqrt[n]{a^{n-2}} \sqrt[n]{a^{n+6}}}{\sqrt[n]{a^4}}$           |
| d) $(\sqrt{x} + 5ab)(\sqrt{x} - 5ab)$             | k) $\frac{\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}}$ |
| e) $2u^4 - 18v^2$                                 |  |
| f) $x - 2y - (3x - (2y + 4x))$                    |  |
| g) $(2a - 3b)(4x - y)$                            |  |

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie den Definitionsbereich für  $x, t \in \mathbb{R}$  der folgenden Funktionen:

a)  $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$

b)  $g(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6,25} - 2 + \sqrt{x^2 - 16}$

c)  $h(x) = \frac{x^3 + x^2 - 8x + 12}{x - 3} + \ln\left(\frac{1}{e^x}\right)$

d)  $z(t) = \frac{t^2 - 1}{t + 1}$

**Aufgabe 5.** Bestimmen Sie die Lösungsmenge für  $x \in \mathbb{R}$  der folgenden Gleichungen:

a)  $3x - 5 = -2x + 10$

e)  $\frac{3a - 5b}{15ab} + \frac{a + 7x}{12ax} + \frac{5b + 4x}{20bx} = \frac{4}{3x} - \frac{3}{5b} - \frac{3}{4a}$

b)  $3x + 7a - 6x = 3a - 8 - 2x$

f)  $\frac{20 + x}{2x - 2} - \frac{9x^2 + x + 2}{6x^2 - 6} = \frac{5 - 3x}{x + 1} - \frac{10 - 4x}{3x - 3}$

c)  $\frac{1}{x} - 7 = \frac{5}{3x} - 4$

g)  $\sqrt[3]{5x + 2} = 3$

d)  $2^x = \frac{1}{8}$

h)  $\log_x 16 = 4$

**Aufgabe 6.** Bestimmen Sie die Lösungsmenge für  $x \in \mathbb{R}$  der folgenden Ungleichungen und schreiben Sie die Ergebnisse mit Hilfe der Intervallschreibweise:

a)  $3(x + 2) - 4x < 3(2x - 1) + 4$

b)  $3 - x(2 - 5(3 - x)) < x(1 - 3x - 2(x - 3))$

**Aufgabe 7.** Schreiben Sie die folgenden Summen mit Hilfe des Summenzeichens:

a)  $1 + 4 + 9 + 16 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100$

b)  $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \frac{1}{125}$

c)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$

d)  $-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$

## Lösungen:

### zu Aufgabe 1.

a)  $A \cup B = [5; 15]$

b)  $A \setminus B = [5; 7]$

c)  $(A \cup C) \setminus B = (3; 7]$

d)  $(C \cap (A \setminus D)) \cup (A \setminus (A \cup C)) = (5; 7]$

### zu Aufgabe 2.

a)  $A \cap B = \{3; 6\}$

b)  $B \setminus D = \{-12; -6; -4; -3; -2; 6; 12\}$

c)  $(B \cup C) \cap D = \{1; 2; 3; 4\}$

d)  $(A \setminus B) \setminus E = \{8; 25\}$

e)  $C \cup D = \{-2; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

### zu Aufgabe 3.

a)  $(t + 7z)^2$

b)  $(2x^2 - 5y^2)^2$

c)  $\frac{(x-1)^2}{x}$

d)  $x - 25a^2b^2$

e)  $2(u^2 - 3v)(u^2 + 3v)$

f)  $2x$

g)  $8ax - 12bx - 2ay + 3by$

h)  $6ac(1 - 2b + 6g - 3x)$

i)  $\frac{3 + 2w}{4 + 2v}$

j)  $a^2$

k)  $\frac{x}{y}$

### zu Aufgabe 4.

a)  $\mathbb{D} = (0; \infty)$

b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus (-4; 4)$

c)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

d)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

### zu Aufgabe 5.

a)  $\mathbb{L} = \{3\}$

b)  $\mathbb{L} = \{4a + 8\}$

c)  $\mathbb{L} = \left\{ -\frac{2}{9} \right\}$

d)  $\mathbb{L} = \{-3\}$

e)  $\mathbb{L} = \left\{ \frac{ab}{a+b} \right\}$

f)  $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid x_1 = -8, 5 \vee x_2 = -2\}$

g)  $\mathbb{L} = \{5\}$

h)  $\mathbb{L} = \{2\}$

### zu Aufgabe 6.

a)  $\mathbb{L} = \left( \frac{5}{7}; \infty \right)$

b)  $\mathbb{L} = \left( -\infty; -\frac{1}{2} \right)$

### zu Aufgabe 7.

a)  $\sum_{i=1}^{10} i^2$

b)  $\sum_{i=1}^5 \frac{1}{i^3}$

c)  $\sum_{i=2}^9 \frac{1}{i} \cdot (-1)^i$

d)  $\sum_{i=2}^9 \frac{1}{i} \cdot (-1)^{i+1}$